LA BIBLIOTECA MUSICALE DI BABELE
ovvero
LA DISCOTECA DI BABELE (G. M.)

Ammesso e non concesso che vi interessi!
E con la speranza di non destare preoccupazioni per il mio stato mentale.

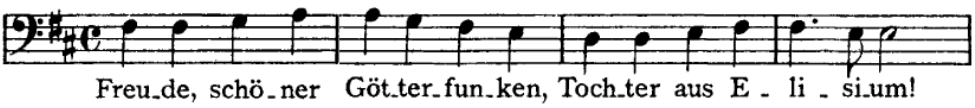
Le elucubrazioni che seguono mi vengono dall'eterno Borges e da quella sua sempiterna *Biblioteca de Babel*, un racconto che fa parte di *Ficciones* (1944) e che, da quando lo lessi la prima volta tanti anni fa in traduzione italiana, mi frulla allegramente per la capa un giorno sì e l'altro pure.
Se non lo avete mai letto o non sapete di che tratta, oppure se lo conoscete, ma vi ha lasciato indifferenti, potete forse risparmiarvi tutto quel che segue.
Nel caso, QUI trovate la versione italiana di Franco Lucentini e QUI il testo originale spagnolo.

Nonostante la topica madornale della traduzione italiana di Franco Lucentini per Einaudi (1955), poi corretta nella edizione Adelphi),*** è noto (più o meno!) che i volumi contenuti nella Biblioteca di Babele (detta anche "l'Universo") sono tutti redatti con 25 caratteri ortografici: 22 lettere dell'alfabeto, più spazio, virgola e punto. Stop, niente cifre, né altre punteggiature. Ciascun volume conta 410 pagine e ogni pagina comprende 40 righe di circa 80 caratteri. Inoltre, poiché la Biblioteca contiene tutte le possibili combinazioni dei 25 caratteri ortografici, ma non c'è un solo volume uguale all'altro, assumendo come una costante 80 caratteri per ogni riga, è possibile calcolare il numero approssimativo dei volumi che vi sono contenuti: 25**^**(40x80x410), dove il segno **^** significa: "elevato alla...", ossia 25^1.312.000. Anni addietro non era possibile calcolarlo, ma oggi sì: si tratta di un numero formato da 1.834.098 cifre. Stampato su carta senza punti né spazi, questa mostruosità di numero occupa 546 pagine di 3360 cifre ciascuna.

*** Borges: «cada página, de cuarenta renglones; cada renglón, de unas <u>ochenta</u> letras de color negro». Franco Lucentini (Einaudi 1955) traduce: «ciascuna pagina, di quaranta righe; ciascuna riga, di <u>quaranta</u> lettere di colore nero». Da qui i commentatori italiani (incluso Odifreddi, of course) si sono sbizzarriti su numeri sbagliati. Il numero sbagliato viene riportato anche nell'edizione dei Meridiani Mondadori (1984) e solo nel 2003 Adelphi ha pubblicato finalmente una traduzione corretta con "circa 80"(unas ochenta), anziché "40". Ci son voluti 48 anni perché l'editoria italiana si accorgesse dello svarione. Non male. Vorrei sapere: in tutti quegli anni, dov'erano e cosa facevano i docenti di letterature ispaniche che stimo svariate decine nelle varie università del nostro stivale?

Per un ragguaglio, tenete presente che il numero degli atomi nell'universo “osservabile” (il cui volume è stimato attualmente in 650 miliardi di anni-luce cubi) si ritiene sia fra 10^80 e 10^82: è un numero di ottanta-ottantadue cifre – cioè niente rispetto al numero dei volumi della Biblioteca. Questo, però, significa anche che l’intero universo conosciuto sarebbe in grado di contenere solo un’infinitesima parte della Biblioteca.
A riguardo esiste una cospicua letteratura (cfr. William G. Bloch, *The Unimaginable Mathematics of Borges’ Library of Babel*, Oxford University Press, 2008).

Confesso che da sempre sono un po’ posseduto da questa fantasmagoria borgesiana. Ultimamente mi è venuto spesso da pensare a quanto sia “limitata” una combinazione alfabetica di 25 elementi (22 lettere, spazio, virgola e punto) rispetto alle possibilità combinatorie di una collezione di 12 note, organizzabili in miriadi di sequenze ritmico-melodiche diverse, sovrapponibili in sistemi da 2 fino a *n* pentagrammi (pure limitandoci a un numero ragionevole), senza contare poi le varianti timbriche, cioè le combinazioni strumentali, i modi d’attacco e, ancora, l’agogica, la dinamica, ecc. ecc.
In altre parole: quanta musica conterrebbe una ipotetica “Biblioteca musicale...” o “Discoteca di Babele”????????
Cominciamo allora il nostro viaggio partendo da qualche piccolo esempio, ancora abbordabile in termini quantitativi e concettuali.
La prima frase dell'*Inno alla gioia* di Beethoven è formata da 15 note che sfruttano cinque diverse altezze: D, E, F#, G, A (per noi italiani: Re, Mi, Fa#, Sol, La).

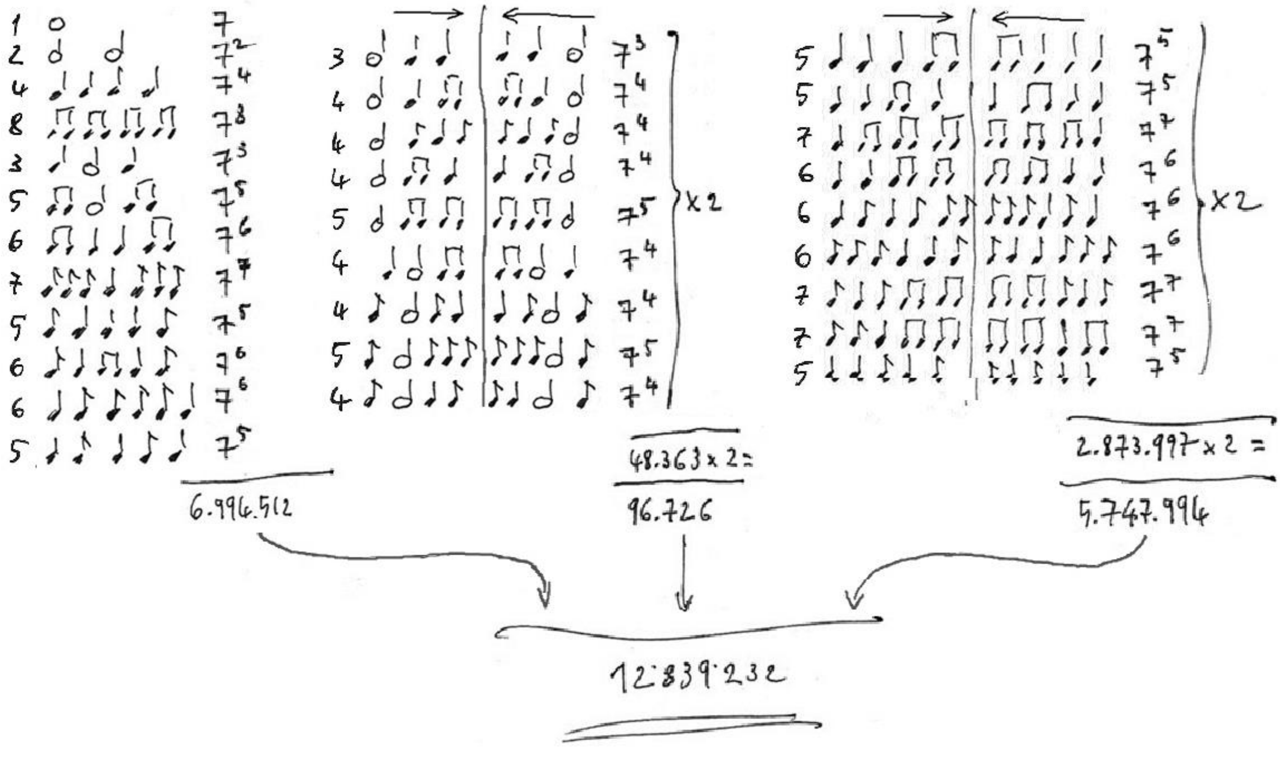


Avete idea di quante sequenze melodiche di 15 note si possono ottenere con queste 5 altezze, considerandole tutte di egual durata?
Beh, un discreto numero direi: un po’ più di 30 miliardi (!); per la precisione 5^15, ossia: 30.517.578.125.

Sembrerebbe proprio che il vecchio Arnold (Arnold Schönberg, per i laici), quando diceva “C'è ancora da scrivere molta musica in Do maggiore”, avesse decisamente ragione. Non vi pare?

Procediamo. Consideriamo una frase di quattro battute di 4/4 che sfrutti tutte le possibili combinazioni ritmiche di 4 figure di valore: semibreve, minima, semiminima, croma (escludendo punti, legature e pause); combinazioni solo ritmiche, quindi senza considerare eventuali altezze diverse. Sapete quante combinazioni sono possibili?
Limitandoci a queste 4 figure di valore, nella tabella che segue vediamo che in una battuta di 4/4, le possibili combinazioni puramente ritmiche (quindi indipendenti dalle altezze) sono 48, di cui 12 “non retrogradabili, ossia con struttura a palindromo e che, dunque, restano identiche sia leggendole da sinistra a destra, sia da destra a sinistra.

Se invece consideriamo 2 battute, sempre di di 4/4, le combinazioni possibili salgono a 48^2, cioè 2.304. Con 4 battute il numero delle combinazioni ritmiche schizza a 5.308.416. In esse sono compresi in realtà anche eventuali doppioni delle formule ritmiche non retrogradabili che, tuttavia, più la sequenza s’allunga, più diminuiscono percentualmente.
Introduciamo ora il fattore 7, ossia vediamo quante combinazioni sono possibili utilizzando una collezione di 7 note. Basandoci sempre sulle quattro possibili figure ritmiche di cui sopra, in una sola battuta di 4/4 sono possibili ben 12.839.232 combinazioni melodico-ritmiche, comprendenti da una a otto note per battuta.



Nel loro insieme le 48 formule ritmiche mostrate nella tabella comprendono un totale di 240 note, ripartite in questo modo:

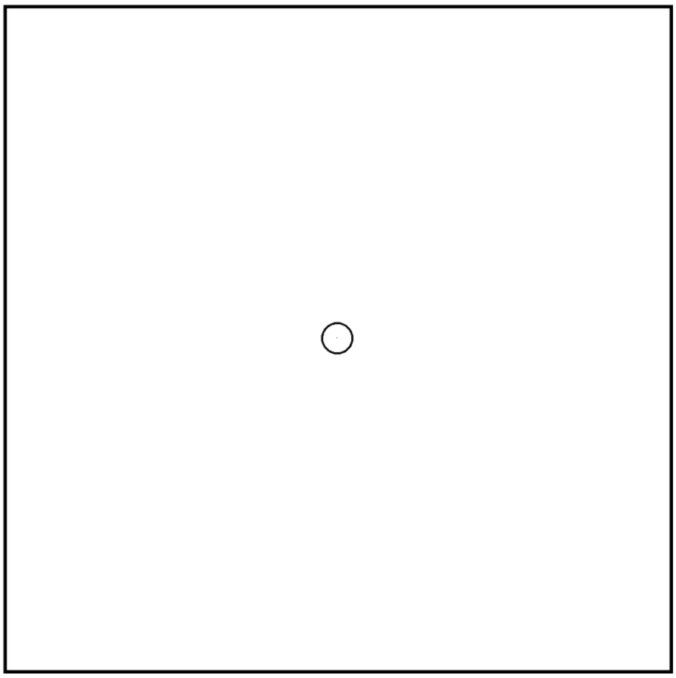
1 formula da 1 nota	13 formule da 4 note	7 formule da 7 note
1 formula da 2 note	13 formule da 5 note	1 formula da 8 note
3 formule da 3 note	9 formule da 6 note	

240 note significa una media di 5 note per battuta (240 / 48 = 5). La tentazione sarebbe quindi di calcolare le combinazioni possibili con le 7 note applicandole a una battuta “media” contenente 5 note, ossia 7^5 x 48 = 806.736. Ma è un procedimento errato. Basti dire che con 8 crome, le combinazioni possibili in una battuta, sfruttando le 7 note della scala diatonica, sono ben 5.764.801 (7^8). Il procedimento per ottenere il numero effettivo delle combinazioni possibili è molto più laborioso, in quanto occorre calcolarle singolarmente in relazione al numero di note presenti nella battuta come mostrato nella tabella precedente. Ne risultano così come abbiamo visto 12.839.232 combinazioni.

E se invece di 7 note, considerassimo le 12 note della scala cromatica? In tal caso, in una battuta, con le medesime figure ritmiche, le combinazioni possibili salirebbero addirittura a 711.187.932.

Facciamo qualche altro esempio, mettendo a confronto testo musicale e testo alfabetico.
Un breve testo verbale di 20 caratteri (spazi compresi) composto con i 25 caratteri indicati da Borges (22 lettere dell’alfabeto, virgola, punto e spazio), consentirebbe 25^20 combinazioni, pari a questo numero di 28 cifre: 9.094.947.017.729.282.379.150.390.625.

Una melodia cromatica di 20 note (senza tener conto di durate, posizioni d'ottava e altri parametri) consentirebbe invece 12^20 = 3.833.759.992.447.475.122.176 combinazioni.
Si tratta di un numero di 22 cifre, cioè circa un milione di volte più piccolo rispetto al numero di 28 cifre delle possibili combinazioni di un testo alfabetico della stessa lunghezza.



Per avere un’idea visiva di una grandezza un milione di volte più piccola rispetto ad un’altra, guardiamo questo quadrato di 1 milione di pixel (1000 x 1000): al centro, racchiuso in un piccolo cerchio, c’è un punto della grandezza di un solo pixel. Immaginiamo quindi che il punto rappresenti l’insieme delle combinazioni possibili con 12 note, e che il quadrato sia l’insieme delle combinazioni possibili con 25 caratteri alfabetici.
Il punto è quasi invisibile, ma per chi legge al computer è possibile visualizzarlo facendo lo zoom della pagina.

Non si scappa: con stringhe di pari lunghezza, per ovvie ragioni, l'alfabeto, con i suoi 20 e più caratteri, supererà sempre le combinazioni possibili con le 12 note della scala cromatica.
Una pagina della Biblioteca di Babele contiene circa 40 x 80 caratteri = 3200 ca.
Le combinazioni possibili sono 25^3200, ossia un numero di 4474 cifre: 2,558749380482409569560144054802 7e+4473.
Rispetto a un testo di 3200 caratteri, una sequenza melodica di 3200 note consente un numero di combinazioni possibili di "sole" 3454 cifre: 12^3200 = 2,3987630608...e+3453, cioè una frazione infinitesima di 2,55874938...e+4473. ***

Proviamo adesso a occuparci non più di una singola battuta o di una singola linea melodica, bensì di un piccolo brano musicale. Ad esempio 16 battute a 4 parti cromatiche con le solite quattro figure di valore (semibreve, minima, seminimina, croma, niente punti, legature, né pause). È una piccola cosa, una "paginetta" di musica: in pratica l'equivalente, come dimensione, di un corale bachiano.
Poiché, come abbiamo detto, per ogni singola battuta sono possibili 711.187.932 combinazioni, la linea melodica di 16 battute della nostra "paginetta" consente 711.187.932^16 combinazioni, pari a 4,283... × 10^141, ossia questo numero formato da 142 cifre:

4.283.019.553.924.242.589.141.411.436.532.255.645.722.212.091.935.703.001.
093.551.678.783.814.574. 504.012.433.344.119.323.529.905.045.330.559.707.
399.206.500.861.789.405.822.627.008.741.376

Se poi sovrapponiamo queste sequenze melodiche in una polifonia a quattro voci – quindi 711.187.932^64 (= 16 x 4) – questo numero già spropositato, sale vertiginosamente: 3,365... × 10^566. ***

Eppure, per quanto grande, si tratta di un numero enormemente più piccolo rispetto alle combinazioni possibili con quella ipotetica sequenza di 3200 note che abbiamo preso in considerazione poc'anzi. Il motivo è che le note contenute in queste 16 battute a 4 voci sono molto meno numerose. Per i motivi che già sappiamo, è praticamente impossibile stabilire quante siano poiché il loro numero è variabilissimo, a seconda delle formule ritmiche impiegate. Sappiamo solo che le note andranno da un minimo di 64 (16 semibrevi in 4 pentagrammi) a un massimo di 512 (8 crome in 16 battute su 4 pentagrammi).

Sono proprio i parametri variabili come la durata delle note, oppure la possibiltà di sovrapporre polifonicamente più sequenze melodiche, a moltiplicare smisuratamente le potenzialità combinatorie della musica, fino a livelli numericamente inconcepibili, ma, al tempo stesso, a rendere oltremodo complicati e a volte inaffrontabili (almeno per noi "laici") i calcoli relativi.

*** Questi numeri sono scritti in notazione scientifica (cioè abbreviata). Tutti i numeri formati da decine e decine di cifre vengono scritti di solito in questo modo, sia perché occuperebbero pagine e pagine e in pratica non si riuscirebbe a "maneggiarli". Ad esempio, il numero che si conclude con la sigla "e+3453" corrisponde (all'incirca) a: 2,3987etc. moltiplicato per 10^3453, vale a dire un numero formato da 3454 cifre.

In generale, poiché le varianti ritmiche generano sequenze diverse per lunghezza e numero di note, a una sequenza di note di determinata lunghezza, non è pensabile applicare le 48 formule ritmiche della tabella che già abbiamo visto. Esse sono applicabili semmai a un determinato numero di battute, tenendo sempre presente però che il numero delle note in esse contenute è oltremodo variabile.
Poiché queste 48 formule contengono in media 5 note per battuta, quell'ipotetica stringa di 3200 note, paragonabile a una pagina di Borges, corrisponderebbe a 640 battute. Se fossero tutte semibrevi la sequenza sarebbe di 640 note; 640 battute di sole crome formerebbero invece una stringa di 5.120 note. Sappiamo però che per conoscere il numero effettivo delle possibili combinazioni non possiamo riferirci alla media, dunque dobbiamo fare il calcolo riferendoci alle varie formule distinte secondo la quantità di note presenti in ciascuna battuta e, di conseguenza, nelle 640 battute complessive. Lo schema è questo

1 formula da 1 nota: 640 note = 12^640	13 formule da 5 note = 3200 note = 12^3200∗13
1 formula da 2 note: 1280 " = 12^1280	9 formule da 6 note = 3840 " = 12^3840∗9
3 formule da 3 note: 1920 " = 12^1920∗3	7 formule da 7 note = 4480 " = 12^4480∗7
13 formule da 4 note: 2560 " = 12^2560∗13	1 formula da 8 note = 5120 " = 12^5120

Il risultato è un numero formato da oltre 5500 cifre, in questo caso molto più grande delle combinazioni possibili con una pagina di di 3200 caratteri:
2,558466671139497780110363836969e+5525.

Se poi volessimo sovrapporre due di queste miriadi di sequenze melodico-ritmiche in un contrappunto a due voci, avremmo a disposizione un numero di combinazioni pari a:
2,558466671139497780110363836969e+11049. Con un contrappunto a quattro voci le combinazioni possibili sono un numero composto di 22.100 cifre.

Ma torniamo alla nostra paginetta di 16 battute. Una cosa è certa: di tutti quei fantastiliardi di combinazioni la grandissima parte, sulla base dei nostri attuali criteri di giudizio, per forza di cose alquanto discutibili – o quantomeno limitati ed effimeri – ci risulterebbero completamente privi di senso. Data la premessa, ipotizziamo allora che il
99,999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999 %
di 711.187.932^64 (3,365...×10^566), siano combinazioni per noi "cacofoniche", "prive di senso", assurde (tutti giudizi molto discutibili, ma vabbè).
In realtà la cosa ai nostri fini appare irrilevante.
Infatti se sottraiamo questa percentuale al nostro iper-numero, ne resterebbero sempre da prendere in esame una quantità infinitamente minore ma parimenti smisurata di miliardi:

3,365... × 10^566 –

3,365...×10^566 x 99,999...... % =

3,365...×10^492

Dieci alla 492sima: vale a dire, molto approssimativamente, una montagna di tre e rotti miliardi di miliardi di miliardi di miliardi ecc. ecc., fino a formare un numero di 492 cifre.
C'è da sbizzarrirsi quanto basta non vi pare?

È legittimo – anzi inevitabile pensare che fra tutti questi fantastiliardi di paginette a 4 voci, sepolti fra x fantastiliardi di non-sense, ci sarebbero dunque una quantità indeterminabile di magnifici corali, contrappunti, fughe, palindromi ecc. ecc. Cercando con *infinita* pazienza e attenzione troveremmo sicuramente gli incipit di tutti mottetti a 4 voci composti dalla notte dei tempi a oggi, compresi anche tutti quelli che verranno composti in futuro. Fra essi troveremmo contrappunti (miriadi!) che farebbero verosimilmente impallidire tutti i Lasso, Josquin, Bach e compagnia bella. Armonie e temi che farebbero andare giù di testa Beethoven Wagner e Mahler. Senza contare blues, song, riff ecc. di una bellezza che mai nessun Ellington, Gershwin, Parker o Zappa avrebbero mai neppure concepito. Ma insieme ad essi, troveremmo anche altrettanti capolavori casualmente deturpati da in modi inimmaginabili: che so, l'inizio dell'*Arte della Fuga* di Bach che dopo dieci battute prosegue con una versione a 4 voci di *Papaveri e papere*....

* * *

Tiriamo le somme (!!!). Tutti i numeri che abbiamo maneggiato finora sono infinitamente più piccoli del numero di volumi contenuti nella Biblioteca di Babele che ammontano a 25^1.312.000.

In concreto abbiamo stabilito quante semplici polifonie di 16 battute a 4 voci, si possono virtualmente comporre. Per essere precisi il numero è questo:

336.511.746.512.015.560.127.888.764.925.378.905.430.944.520.190.054.470.917.384.261.009.
075.866.776.070.247.572.727.349.580.947.806.699.398.430.354.131.083.298.914.236.547.868.
428.106.195.013.269.062.474.327.820.463.546.882.369.765.420.660.333.987.233.270.259.213.
693.230.854.526.171.992.014.088.524.352.938.876.131.383.600.916.694.576.750.837.136.105.
301.820.902.809.174.222.565.910.859.040.447.047.560.871.317.688.561.576.871.691.297.396.
428.125.034.557.306.479.487.684.230.911.998.500.861.977.914.305.328.555.467.320.206.422.
608.698.040.544.122.036.827.495.072.370.207.325.432.349.412.238.922.822.857.991.950.698.
921.927.395.639.774.782.852.048.574.136.955.141.427.873.288.521.944.639.017.946.265.112.
977.069.109.436.304.204.430.678.042.595.217.637.376.

Ma come dicevo, questo numero mostruoso di 567 cifre è ancora miliardi di anni luce lontano dai numeri della Biblioteca di Babele.

Per cominciare ad avvicinarci a quell'ordine di grandezza, dovremmo pensare non alle possibili varianti di una paginetta di 16 battute, ma a quelle possibili con un testo ben più vasto, magari un'opera ciclopica, tipo il *Ring* wagneriano, che però nei suoi 4 volumi non so se arrivi a contenere un milione di note (magari qualcuno le avrà calcolate, almeno approssimativamente, ma nel web non ho trovato dati a riguardo).

C'è però quel problema di fondo del ritmo e della polifonia che, a differenza di quel che si può fare con le lettere dell'alfabeto, rende complicatissimi e insormontabili (non solo per me credo) i calcoli a causa dell'incessante "fluttuare" del numero di note presenti in una partitura.

Ma facciamo un ultimo sforzo di immaginazione. Ipotizziamo che i quattro volumi del *Ring* wagneriano – o il ciclo *Licht* di Stockhausen o simili – contengano 1.312.000 note (cioè lo stesso numero di caratteri di ciascun libro della Biblioteca), disposte in un sistema costante di 20 pentagrammi.
Per semplificare drasticamente il tutto, imponiamo a Wagner un'imbarazzante, inconcepibile mancanza di fantasia e lasciamogli a disposizione le sole 4 figure di valore che già conosciamo e quindi quelle 48 formulette ritmiche in 4/4 che ne derivano. A queste condizioni, ogni pentagramma conterrebbe mediamente 65.600 note distribuite in 13.120 battute (sappiamo però che il *Ring* conta in totale 21.941 battute). Il calcolo dovrebbe seguire lo specchietto di pag. 4, rapportato però non a 640, bensì a 13.120 battute di 4/4:

1 formula da 1 nota: 13.120 note = 12^13.120	13 formule da 5 note = 65.600 note = 12^65.600*13
1 formula da 2 note: 26.240 note = 12^26.240	9 formule da 6 note = 78.720 " = 1^78.720*9
3 formule da 3 note: 39.360 note = 12^39.360*3	7 formule da 7 note = 91.840 " = 12^91.840*7
13 formule da 4 note: 52.480 note = 12^52.480*13	1 formula da 8 note = 104.960 " = 12^104.960

È un numero monstre che non riesco a calcolare con gli strumenti di cui dispongo, e tuttavia, per effetto della curva esponenziale, è ancora inferiore di innumerevoli ordini di grandezza al fatidico 25^1.312.000 di Borges.

Per quanto smisurato, questo numero, esprime soltanto le combinazioni possibili in un singolo pentagramma. Se però ipotizziamo un sistema a 20 pentagrammi, quel fatidico numero della Biblioteca, verrebbe finalmente superato, e di gran lunga.

Nella "realtà", tutti questi calcoli e considerazioni, per poter avere un minimo, infinitesimo aggancio con una dimensione non solo mentale, ma di ordine fisico, e in qualche misura esperibile, ci servirebbe un universo che fosse miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi (da ripetersi per circa 200.000 volte) più grande dell'universo conosciuto. Ma al momento un universo di queste dimensioni non risulta disponibile. E lo stesso dicasi, verosimilmente, del nostro cervello, e degli anni della nostra vita.
Pensare l'infinito non ci costa niente, o quasi, a parte i brividi, per qualcuno di piacere, per altri di smarrimento. In fondo dopo avere scritto 25^1.312.000, nessuno ci vieta di elevare questo numero ancora a potenza e poi ancora, e ancora (la cosiddetta *power tower*), all'infinito....

$$25^{1.312.000^{1.312.000^{1.312.000^{1.312.000 \ldots\ldots\ldots\ldots}}}}.$$

La conclusione di queste considerazioni è tragica e consolante al tempo stesso.
Così come nel racconto di Jorge Luis Borges i custodi della Biblioteca si dannano inutilmente alla ricerca del *Libro della Verità* collocato chissà dove nella Biblioteca, sempre più consapevoli e disperati per il fatto che esso esiste certamente, ma è semplicemente introvabile, noi pure potremmo dirci convinti che nel "mondo dei numeri" (infinitamente più grande dell'universo fisico) esiste la bellezza suprema (forse al plurale), così come la verità o le verità assolute.
Ma purtroppo, o per fortuna, non le scopriremo mai.

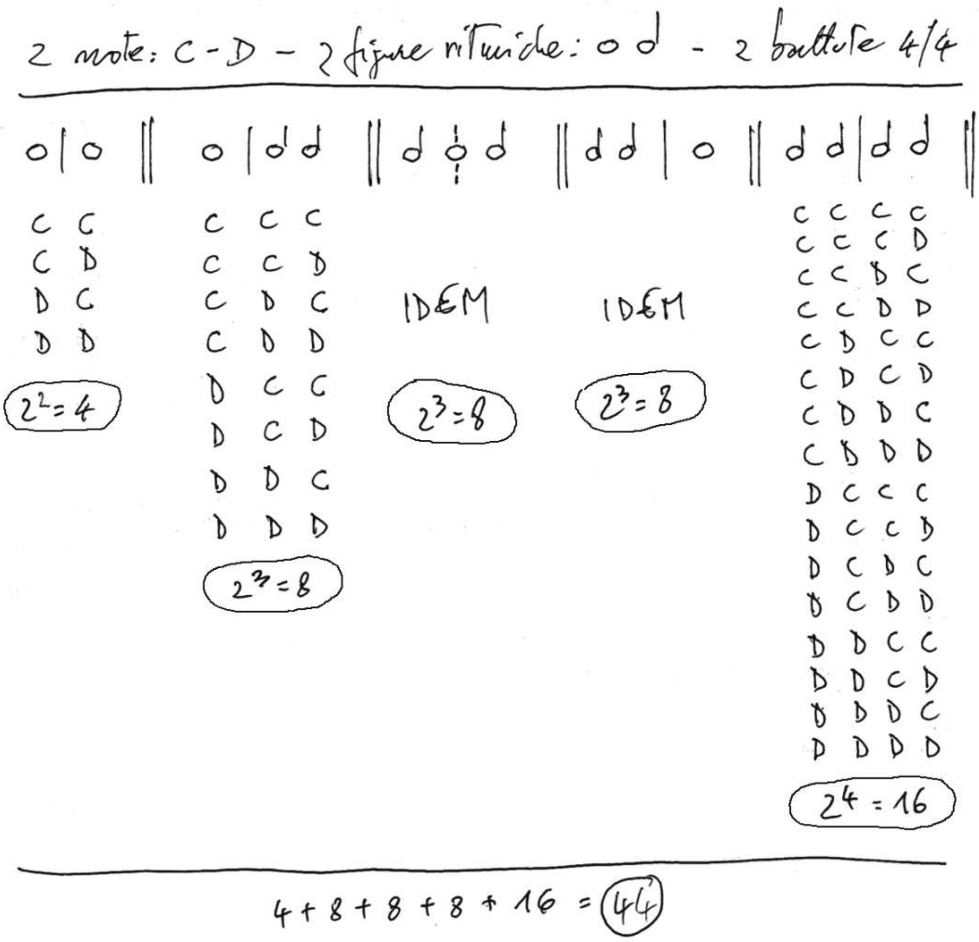
Per gli stessi motivi, sono convinto che l'idea secondo la quale i sistemi tradizionali della musica (modali, tonali o quant'altro), sono storicamente "esauriti", deducendone la necessità di passare ad altri sistemi (seriali, stocastici, spettrali, microtonali, elettronici, ecc.) è semplicemente una ridicola fuga in avanti, perché in realtà finora non abbiamo esplorato che la infinitesima parte delle possibilità creative delle 7 o delle 12 note.

In musica, qualsiasi sia il sistema adottato (5, 7, 6, 8, 12 note per limitarci ai sistemi più comuni), non si esauriranno mai tutte le possibilità, neppure fra millenni. E miriadi di altri modi di organizzazione sonora – per noi oggi inconcepibili – si potranno verosimilmente individuare, anche continuando a maneggiare i vecchi, intramontabili sette tasti bianchi e cinque tasti neri....
Questo significa anche che possiamo continuare sperare, o fors'anche nutrire la certezza che ci sarà sempre un nuovo Monteverdi o Beethoven o Stravinsky o Monk o Zappa o Ligeti o Goebbels, ecc. ecc. capace di scompigliare le carte e inventare giochi fino a quel momento inauditi sulla base di quelle poche (solo apparentemente), vecchie, stanche note.

POST SCRIPTUM

Se siete arrivati in fondo a questo delirio, tenete presente che, poiché io non so assolutamente nulla di calcolo combinatorio (molto più in là del “fattoriale” non vado), ho impostato i presupposti di tutti i ragionamenti in modo empirico, facendo cioè dei calcoli a mano che (come aveta già visto e come si vede anche nella tabella qui sotto) ho applicato a combinazioni ridotte al minimo, tali da generare un numero di varianti al massimo di poche decine. Per le operazioni di somma, divisione, moltiplicazione ed elevazione a potenza ho ovviamente utilizzato delle calcolatrici scientifiche, in primis www.wolframalpha.com. la cui “scoperta” devo al prof. Andrea Dall’Aglio, docente di matematica alla Sapienza e al quale sono molto grato per avermi letto una bozza correggendo alcuni svarioni e fornendomi qualche indicazione preziosa.
Successivamente, potrei aver commesso altri errori, spero non madornali, che in ogni caso, per noi comuni mortali, non cambierebbero di molto l’”entità” di questa dimensione virtuale comunque preclusa alla nostra esperienza concreta.
Un matematico saprebbe sicuramente elaborare la formula o le formule (presumo piuttosto complicate) per calcolare quante formulazioni melodico-ritmiche sono ottenibili combinando le varie altezze di una collezione di 12 note con un dato numero di valori frazionari la cui somma dia sempre *x*.
Io, che matematico non sono, per arrampicarmi su questi numeri impossibili, non posso far altro che operare con dei “modellini” quanto più maneggevoli possibile.

Per farmi compatire, allora, ecco ancora un esempio davvero “minimal”: una melodia di 2 note (C, D, per noi italiani: Do e Re) articolata su due battute di 4/4, e che sfrutti 2 figure ritmiche: *semibreve* (𝅝= 4/4) e *minima* (𝅗𝅥= 2/4).



Come si vede, le combinazioni possibili risultanti sono 44:
2^2 + 2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^4 = 4+8+8+8+16 = 44.

Se però teniamo conto di una “collezione” non più di 2, ma di 7 o 12 note, e che sfrutti non 2, ma almeno 4 figure ritmiche (semibreve, minima, seminima, croma), le combinazioni si moltiplicano vertiginosamente e ne escono quei numeri che abbiamo visto in precedenza. Questo esempio, così come la tabella di pag. 3, si limita necessariamente a considerare formule con pochissime note per battuta. Nella pratica musicale una battuta di 4/4 (senza contare altri tipi di metro) può contenere invece una linea melodica da una fino a 64 note e passa. E naturalmente può sovrapporre al proprio interno più linee melodiche, decine addirittura. È una flessibilità che offre miriadi di possibili combinazioni, con conseguenze però devastanti per il mio cervello, nel caso le volessi calcolare.

Non so, forse ho bisogno di farmi vedere da uno bravo....

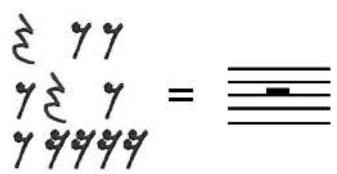
POST SCRIPTUM 2025

A distanza di anni, riprendendo in mano questo scritto elaborato nel 2017, mi rendo conto che quei calcoli, quei numeri iper-astronomici, si riferiscono a costrutti musicali assolutamente elementari e, di fatto, più teorici che concreti. Considerare, come ho fatto per “semplificare”, solo pochi valori, escludendo quindi figure inferiori alla croma, legature, punti, gruppi irregolari e, a maggior ragione (come vedremo), pause, significa fare riferimento a una microscopica “porzione” delle non infinite, ma pur sempre enormemente più numerose, possibili combinazioni del linguaggio musicale corrente.
Tenuto conto di questo “limite”, resta il fatto che sequenze di note di diverso valore generano precise e distinte figurazioni ritmiche.
Il che mi fa pensare che, considerando determinati valori e note singole, ricavare una formula per calcolare le loro possibili combinazioni all’interno di una o più battute di lunghezza anch’essa determinata, sia un problema risolvibile.
Poiché la nostra scrittura musicale concepisce le durate, quindi i ritmi, come valori frazionari di un intero, in sostanza si tratta di trovare una formula che risponda a questa domanda: «Quante sono le possibili combinazioni di *n* valori frazionari diversi, ma replicabili, la cui somma dia sempre *T* ?».
Consideriamo due figure rispettivamente di valore 1/4 e 1/8. Voglio calcolare quante combinazioni di questi valori sono possibili in una battuta di 2/4 (per cui la somma dei valori sarà sempre 2/4). In questo caso il calcolo è immediato, ricavabile empiricamente. Le combinazioni possibili sono 5:

1/4 + 1/4
1/4 + 1/8 + 1/8
1/8 + 1/4 + 1/8
1/8 + 1/8 + 1/4
1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8

Se invece di una, consideriamo due battute le combinazioni sono 5^2, cioè 25, e così via “accelerando”. In otto battute, cioè la lunghezza “classica” di una frase musicale, le melodie possibili sono già 390.625.

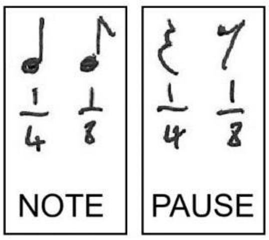
Ma, ACHTUNG!!! finora non abbiamo tenuto conto di un elemento terribilmente”, diciamo così, “destabilizzante: le pause.
Considero destabilizzanti le pause in quanto, al contrario delle note, una successione di pause (cioè di silenzi) di diverso valore non ammette nessuna combinazione, o meglio: tutte le possibili combinazioni di pause, a parità di durata totale, producono inevitabilmente un identico silenzio di una certa durata.
Ad esempio le tre figure seguenti, che combinano pause di 1/4, 1/8 e 1/16, sono di fatto musicalmente irrilevanti, perché il loro risultato è sempre e solo un silenzio della durata di 2/4.



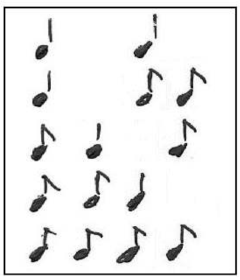
Questo significa che una notevole quantità di combinazioni risultano musicalmente identiche. Le si può calcolare in termini puramente matematici, ma il risultato viene falsato perché in termini concretamente musicali esse non esistono.
Questa circostanza ha ispirato a grande compositore praghese, ingiustamente dimenticato, Erwin Schulhoff un piccolo esilarante capolavoro di gusto squisitamente dadaista. Il brano si intitola *In futurum,* ed è inserito nella racolta dei *Fünf Pittoresken*, pubblicata nel 1919.
Formato unicamente di pause, da eseguire, come indicato in partitura, “con espressione e sentimento” e con indicazioni di tempo surreali, precorre di oltre trent’anni certi divertissement analoghi, ma decisamente meno esilaranti e fantasiosi, di John Cage.
Ecco le prime 4 battute:

Concludo con un ulteriore, ultimo, modellino riguardante proprio questa faccenda delle pause a mio avviso piuttosto rognosa
Prendiamo in considerazione ancora quei due valori (1/4 e 1/8) in una battuta di 2/4. Come abbiamo visto sopra, le varianti sono solo 5.

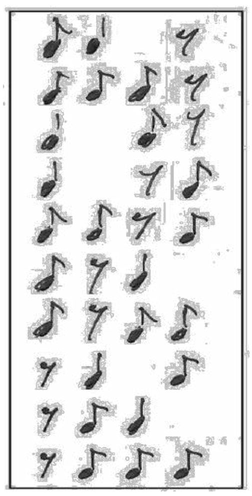
Ma se finalmente ci decidiamo ad aggiungere le pause di valore corrispondente, subito la questione, pur essendo ancora gestibile empiricamente, si complica alquanto. Ovviamente, aumentando gli elementi in gioco, per calcolare le possibili combinazioni “effettive” servirebbe una formula che però, in questo caso, ritengo sia difficilissima da ricavare.



SOLO NOTE

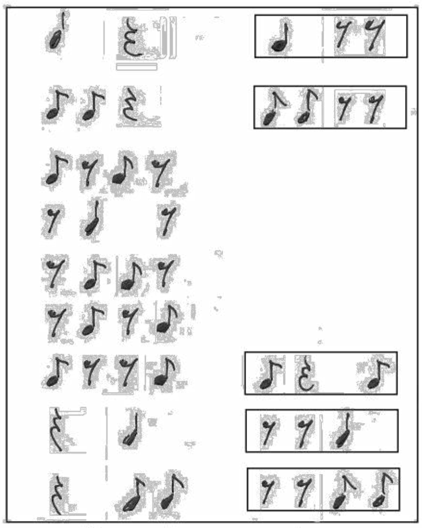


in una battuta di 2/4 sono possibili solo 5 combinazioni

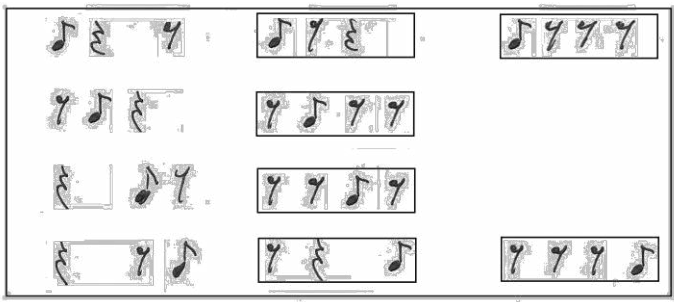


NOTE=3/8
+
PAUSE=1/8

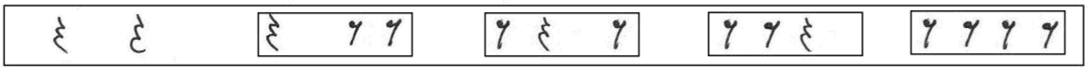
introducendo 1/8 di pausa le combinazioni possibili di note e pause salgono a 10



con 1/4 (= 1/8+1/8) di pausa le combinazioni sono virtualmente 14, ma quelle reali sono solo 9, perché cinque sono doppioni.



con 3/8 di pausa (1/4+1/8, oppure 1/8+1/8+1/8) le combinazioni “virtuali” sono 10, ma effettive sono solo 4: i doppioni sono più numerosi delle combinazioni reali.



se la battuta contiene solo pause, su cinque possibili combinazioni, quattro sono solo virtuali

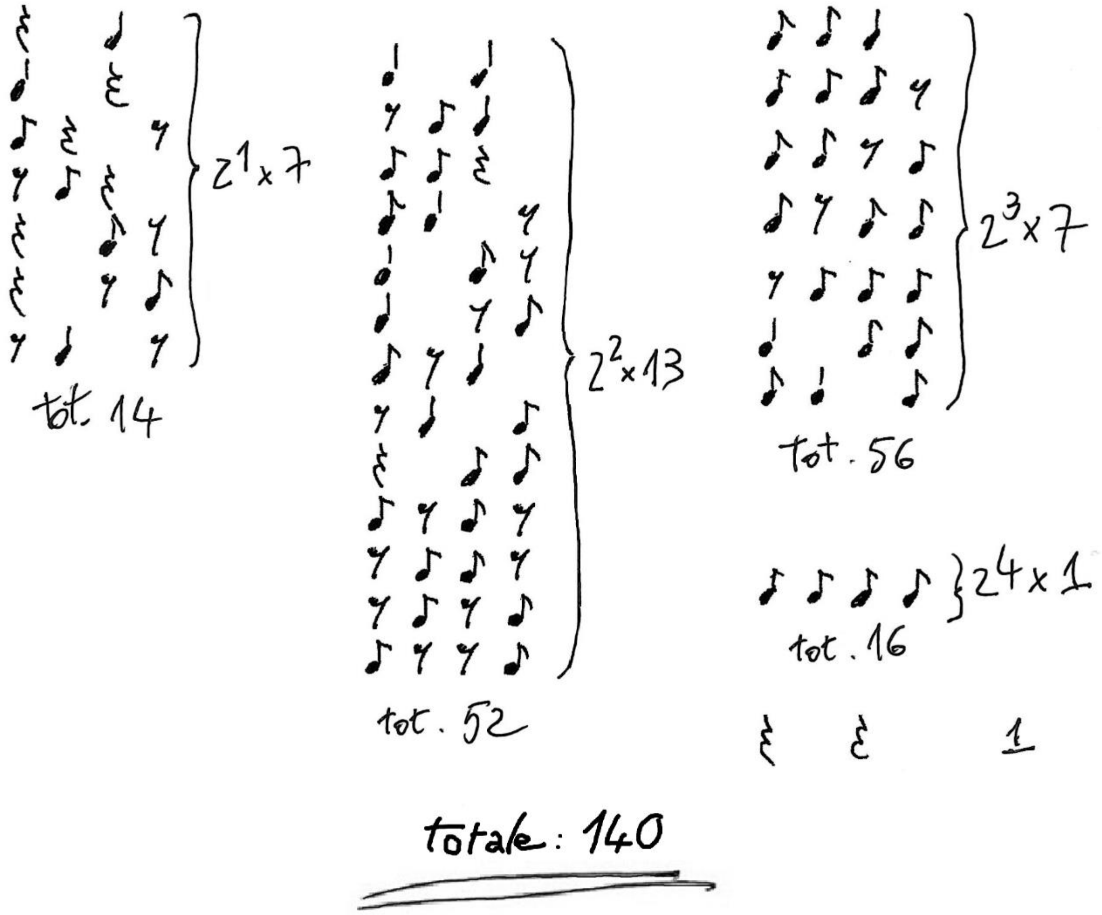
In conclusione combinando valori di 1/4 e di 1/8 in una battuta di 2/4, le varianti possibili che come già sappiamo, considerando solo le note, sono solo 5, introducendo anche le pause salgono a 44. Ma solo virtualmente, poiché se escludiamo i 15 doppioni (racchiusi nel riquadro), i quali di fatto suonano identici ai loro gemelli, le combinazioni reali sono solo 29, considerando anche quella comprendente solo pause, quindi silenziosa.

A pag. 9, considerando 2 valori e 2 altezze abbiamo riscontrato anche in quel caso 44 possibilità, lo stesso numero delle combinazioni “virtuali” che abbiamo appena calcolato.
In effetti i due esempi sono “in scala” ma del tutto analoghi.
Là (a pag 9) abbiamo considerato due valori uno il doppio dell’altro (4/4 e 2/4) per una durata totale (le due battute da 4/4) contenente al massimo 4 note da 2/4.

In quest’ultimo esempio, abbiamo considerato anche qui due valori: 1/4 e 1/8 all’interno di una battuta di 2/4 che può contenere al massimo 4 note da 1/8.

Diciamo allora che nell’arco di una durata che consideriamo come “intero”, presi due valori pari rispettivamente a 1/2 e a 1/4 dell’intero, se li associamo a due insiemi (valori+altezze, oppure valori+pause), le possibili combinazioni aritmetiche sono 44.

Dulcis (?!) in fundo, utilizzando la stessa procedura della tabella a pag. 3, voglio togliermi anche l’ultimo sfizio e soddisfare l’ennesima curiosità: calcolare quante sono in una battuta di 2/4 le combinazioni ritmico-melodiche che si ottengono associando due diverse altezze (C, D) ai soliti due valori di semiminima e di croma.



Questa volta, tenendo conto delle pause, il totale come abbiamo visto si riduce a 29 combinazioni effettive. Sette sono le formule con una sola nota che associata al Do oppure al Re, origina 14 combinazioni. Si contano poi tredici formule con due note (2^2 x 13) e, infine, sette formule con tre note (2^3 x 7). A queste si aggiungono una formula con quattro note (2^4 x 1) e un’altra di completo silenzio.
Pur con un materiale ritmico-melodico ridotto all’osso, le combinazioni sono già 140.

POSTILLA

«There are more things in heaven and earth, Horatio, than are dreamt of in your philosophy». Così dice Amleto a Orazio nel primo atto della tragedia.
Naturalmente mette in imbarazzo contraddire questa opinione che sembra discendere, prima ancora che da Amleto, dallo stesso Shakespeare. Eppure....
O forse bisognerebbe tradurre “heaven” non con “cielo”, come si fa di norma, bensì con “paradiso”.
Sì, forse in paradiso la biblioteca di Borges ci sta comoda, e magari – stando a quel che ci riferisce Dante – ci rimane pure spazio per una discoteca, dove gli appassionati scelgono a colpo sicuro musiche la cui bellezza «noi umani non avremmo mai immaginato», come direbbe il replicante Nexus 6 di *Blade Runner*.

Granarolo Emilia, 31 dicembre 2025